INGEPRO – Inovação, Gestão e Produção
Abril de 2011, vol. 03, nº. 04
ISSN 1984-6193
www.ingepro.com.br

Elaboração de software para auxílio no aprendizado da disciplina de cálculo diferencial e integral I

Douglas Barbosa <dodi_barbosa@hotmail.com>
Cassio Henrique Oliveira Monteiro André <cassio.choma.henrique@gmail.com>
Ulisses dos Santos Borges <ulisanges@hotmail.com>

Resumo: No estudo da disciplina de Cálculo I, diversos conteúdos são expostos aos alunos dos cursos de Engenharias e áreas afins. Para uma melhor exposição dos variados temas abordados pela mencionada matéria, considera-se pertinente a ideia de se desenvolver um software que atenda às necessidades de tais estudantes, especialmente os do curso de Engenharia de Produção. O software, desenvolvido na linguagem Delphi, objetiva exibir uma plataforma amigável na apresentação e introdução dos conteúdos de Cálculo I. A partir desse recurso, não só os alunos, mas também os professores de Cálculo I, irão ter maior interação com os tópicos estudados por meio de um software dedicado aos iniciantes no seu estudo, por meio de uma linguagem acessível.
Palavras-chave: Cálculo I; Engenharias; Software; Acadêmicos; Resultados.

Development of software to aid in learning the discipline of differential and integral calculus I.

Abstract: In the study of the discipline of Calculus I, various contents are presented to students of engineering and related fields. For a better presentation of its contents, it is considered appropriate the idea of developing a software that meets the needs of students of Industrial Engineering. The software, developed in Delphi language, aims to show a user-friendly device in the presentation and content of the introduction of Calculus I. From this resource, not only students but also, will have greater interaction with the topics studied by means of software in a simple language, dedicated to beginners in calculus.
Keywords: Calculus I; Engineering; Software; Students; Results.

1. Introdução

O Cálculo foi descoberto no século XVII como instrumento para investigar problemas que envolvem movimento. Para estudar objetos que se movem a velocidades constantes e ao longo de trajetórias retilíneas ou circulares, a álgebra e a trigonometria podem ser suficientes; todavia, se a velocidade varia ou se a trajetória é irregular, o cálculo torna-se necessário. Uma descrição cuidadosa de movimento exige definições precisas de **velocidade** (espaço percorrido na unidade de tempo) e **aceleração** (taxa de variação da velocidade). Estas definições podem ser obtidas utilizando-se um dos conceitos fundamentais do cálculo – a derivada.

Embora o cálculo tenha se desenvolvido para resolver problemas de física, sua potência e versatilidade o direcionaram aos mais diversos campos de estudo. As aplicações atuais da derivada incluem a investigação da taxa de crescimento de bactérias em uma cultura, a predição de resultados de uma reação química, a mensuração de variações instantâneas na corrente elétrica, a descrição do comportamento de partículas atômicas, a estimativa da evolução de um tumor na terapia radioativa, a previsão de resultados econômicos e a análise de vibrações num sistema mecânico, entre outras.

A derivada também é utilizada na resolução de problemas que envolvem valores máximos e mínimos, tais como fabricar uma caixa retangular pelo menor custo, a partir do volume fornecido, calcular a distância máxima a ser percorrida por um foguete, obter o fluxo máximo de tráfego através de uma ponte, determinar o número de poços a perfurar num campo petrolífero de maneira a se obter a produção mais eficiente, determinar o ponto entre duas fontes luminosas no qual a iluminação seja máxima, maximizar o lucro na fabricação de certo produto, etc. Os matemáticos frequentemente utilizam derivadas para determinarem tangentes a curvas e para auxiliar na análise de gráficos de funções complexas (LEITHOLD, 1994).

Perante o exposto, pode-se dizer que uma das bases para a formação de conhecimento para os alunos de Engenharia são as disciplinas de Cálculo Diferencial e Integral. Entretanto, nos períodos iniciais os alunos não possuem conhecimentos suficientes para gerenciarem programas que auxiliem o desenvolvimento de gráficos, soluções de sistemas, cálculo de raízes, entre outros, como o Matlab, por exemplo. Com o uso de um software mais específico a esse público alvo, essa dificuldade pode começar a ser sanada.

A visualização gráfica de resolução de algumas derivadas e integrais facilita a compreensão pelo aluno do que foi ensinado dentro da sala de aula, aumentando a absorção de conhecimento e propiciando um melhor uso dos métodos de resolução.

2. Estudo da Disciplina: Cálculo I

2.1. A Derivada

A derivada pode ser interpretada geometricamente como a inclinação de uma curva e, fisicamente, como uma taxa de variação. As derivadas têm implicações em todas as ciências, podendo ser usadas para representar desde a variação de taxas de juros até taxas em que peixes morrem e moléculas de gás se movimentam (LEITHOLD, 1994).

2.2 Aplicações de Derivadas

2.2.1 Taxas Relacionadas ou Taxas de variação

Um problema envolvendo taxas de variação de variáveis relacionadas é chamado de problema de *taxas relacionadas*. Assim, se uma variável x é função do tempo t, a taxa de variação de x em relação ao tempo é dada por ***dx/dt***. Quando duas ou mais variáveis, todas em função de t, são relacionadas por uma equação, a relação entre suas taxas de variação pode ser obtida diferenciando a equação em relação à t. Em problemas com taxas relacionadas, as variáveis têm uma relação específica para os valores de t, onde t é a medida do tempo. Essa relação é usualmente expressa na forma de uma equação. Os valores das variáveis e as taxas de variação das variáveis em relação à t são frequentemente dados num determinado instante. Para uma resolução de problemas de taxas de variação podemos estabelecer algumas regras, entre elas:

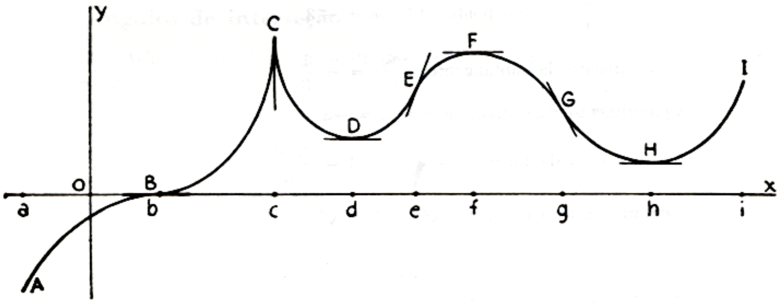
- Faça uma figura, se isso for possível;
- Defina as variáveis. Em geral defina primeiro t, pois as outras variáveis usualmente dependem dela;

— Escreva todos os fatos numéricos conhecidos sobre as variáveis e suas derivadas em relação à t;
— Obtenha uma equação envolvendo as variáveis que dependem de t;
— Derive em relação à t ambos os membros da equação encontrada na etapa anterior;
— Substitua os valores de quantidades conhecidas na equação da etapa acima e resolva em termos da quantidade desejada (MUNEM, 1978).

2.2.2 Técnicas de Construção de Gráficos

2.2.2.1 Funções Crescentes e Decrescentes.

A taxa de variação de uma função y = f (x) em relação à x, é dada por y' = f' (x). Quando x cresce num intervalo, y cresce se y' for positiva e decresce se y' for negativa. Na Figura 1, a curva y = f (x) está subindo de **A** para **C**, de **D** para **F** e de **H** para **I**. É claro que a função é *crescente* nos intervalos a < x < c, d < x < f, e h < x < i. Analogamente, a curva está descendo de **C** para **D** e de **F** para **H**, e a função é *decrescente* nos intervalos c < x < d e f < x < h.



Fonte: Cálculo Avançado - Klapan
Figura 1 - Gráfico Demonstrativo de Funções Crescentes e Decrescentes

2.2.2.2 Valores Críticos, Máximos e Mínimos Relativos

Os valores críticos para uma função y = f(x) são valores de x, para os quais a função y'= 0 ou y' não exista. Na Figura 1, **B**, **C**, **D**, **F** e **H** são *pontos críticos da curva* e suas abscissas x = b, x = c, x = d, x = f e x = h são valores críticos para a função. Uma função y = f(x) tem um valor *máximo relativo* para $x = x_0$ se f(x_0) for maior do que os valores que imediatamente o precedem e sucedem na função. Quando x aumenta, passando por $x = x_0$, f(x) varia, passando de crescente para decrescente e f`(x) muda o sinal de positivo para negativo. Uma função y = f (x) tem um valor *mínimo relativo* para $x = x_0$, se f(x_0) for menor do que os valores que imediatamente o precedem e sucedem na função. Quando x aumenta, passando por $x = x_0$, f(x) varia, passando de decrescente para crescente e f'(x) muda o sinal de negativo para positivo. Na Figura 1, **C** e **F** são pontos *máximos* e suas ordenadas são valores máximos da função correspondente. Do mesmo modo, **D** e **H** são pontos *mínimos* e suas ordenadas são valores mínimos da função. Pontos de *máximos e mínimos de uma curva* são ***pontos críticos***, porém um ponto crítico não é, necessariamente, um ponto de máximo ou mínimo; assim, **B** é um ponto crítico, porém, não é máximo nem mínimo (MUNEM, 1978).

2.2.2.3 Teste para Máximos e Mínimos

i) *Método da Primeira Derivada:*

a) Achar f'(x) e os valores críticos.

b) Fazer o estudo de f`(x) nos valores críticos. Para um valor crítico $x = x_0$,

f (x) passa por um *máximo* [= f (x_0)] se f' (x) passar de + para –;

f (x) passa por um *mínimo* [= f (x_0)] se f' (x) passar de – para +;

f (x) não passa por máximo nem mínimo se f' (x) não trocar de sinal.

ii) *Método da Segunda Derivada:*

a) Achar f ’(x) e os valores críticos.
b) Achar a segunda derivada f ’’(x).
c) Para um valor crítico $x = x_0$

f(x) passa por um *máximo* [= f(x_0)] se f ’’(x_0) < 0

f(x) passa por um *mínimo* [= f(x_0)] se f ’’(x_0) > 0

O teste falha se f ’’(x) = 0 em $x = x_0$ *ou se torna infinita.*

2.2.2.4 Concavidade e Ponto de Inflexão

Um arco de uma curva é côncavo para cima se, em todos os pontos, o arco fica acima da tangente. Quando x aumenta ou y’ não varia de sinal e é crescente (intervalo *b* < x < *c*), ou troca de sinal, passando de negativo para positivo (como nos intervalos *c* < x < *e*, g < x < i). Em qualquer caso, a inclinação y’ da curva é crescente se y ’’ é positiva.

Um arco de uma curva é côncavo para baixo se em todos os pontos o arco fica abaixo da tangente. Quando x aumenta, ou y' não varia de sinal e é decrescente (intervalo *a* < x < *b*), ou troca de sinal, passando de positivo para negativo (intervalo *e* < x < *g*). Em qualquer caso, a inclinação y’ da curva é decrescente se y’’ é negativa.

Ponto de inflexão é o ponto em que a curva muda de côncava para cima em côncava para baixo, ou vice-versa; com existência da derivada primeira neste ponto. Na Figura 1, **B**, **E** e **G** são pontos de inflexão. Uma curva y = f (x) tem um *ponto de inflexão* em $x = x_0$, quando:

a) f(x_0) está definido.

b) f ’’(x_0) = 0 ou se torna infinito.

c) f ’’(x) troca de sinal quando x aumenta passando por $x = x_0$.

Então, parte do processo para se traçar um gráfico é o de encontrar extremos relativos da função em estudo. Resumidamente:

— Encontre f’.
— Encontre os pontos críticos para f; isto é,
 (a) Encontre todos os pontos c do domínio de f para os quais f ’(c) não existe.
 (b) Encontre todos os pontos c para os quais f ’(c) = 0.
— Teste cada um dos pontos críticos para observar quando ele corresponde a um máximo relativo, um mínimo relativo, ou não é extremo relativo. Nesse caso, os testes da primeira ou segunda derivada podem ser usados.

Se f é uma função par ou ímpar, podemos começar examinando os pontos críticos não-negativos, então se usa a simetria do gráfico de f para tratar com os pontos restantes (BOULOS).

3. Apresentação do Software

Segundo Vaz Junior (2005), uma interface gráfica deve centralizar as diversas funções e tarefas que o programa realiza, ou seja, a interface funciona como o centro de diversos programas auxiliares. A denominação "programas auxiliares" é apenas uma forma de mostrar o aplicativo do ponto de vista da interface gráfica. Isso porque, do ponto de vista da realização de tarefas por parte do aplicativo, são exatamente esses programas auxiliares que fazem a parte crítica do trabalho. Rotinas de cálculo, processamento matemático e todas as funções realmente inteligentes do software são desenvolvidos nesses programas. A interface é um mecanismo de interação homem-computador na qual o usuário é capaz de obter um resultado prático, sendo apenas uma forma de ilustrar a opção fornecida pelo programa, facilitando a utilização do aplicativo por parte do usuário.

Optou-se pelo uso do Delphi, tendo-se em vista não ser necessária experiência prévia em programação para fazer um estudo inicial, uma vez que muitos livros trazem uma forma de passo a passo para se criar e desenvolver ambientes em Delphi. As linguagens do Delphi, Object Pascal e Visual Component Library, possibilitam criar interfaces práticas e extraordinárias com o usuário para uma variedade de aplicativos.

Figura 2 - Tela Inicial Software "Cálculo I"

Na Figura 2 , Software "Cálculo I", é apresentada uma interface bem simples e de fácil entendimento para o usuário. A tela Principal é considerada a apresentação mais formal do software, uma vez que exibe o logo da FIC – Faculdades Integradas de Cataguases, o nome do orientador do Projeto e, na sequência, os nomes dos autores do software.

Após clicar no menu Sobre..., um pequeno texto introduz o programa, destacando a utilização do mesmo, além de trazer uma pequena apresentação dos autores, acompanhada por seus agradecimentos de conclusão do projeto.

Ao continuar a manipulação do Software, o usuário irá se deparar, na barra de menus, com outros itens a serem explorados no programa, onde serão mostradas funções que fazem manipulações com Derivadas e suas Aplicações.

No menu Derivação, o usuário poderá efetuar alguma interação com o Software no que diz respeito à parte de polinômios, seguindo no sub-menu, tais como: *Derivada*, *Derivada do Produto*, *Derivada do Quociente* e *Regra da Cadeia*. Tais tópicos integram os estudos apresentados na disciplina de Cálculo I e estão inseridos no software **Cálculo I**. A Figura 3 apresenta esse menu suspenso.

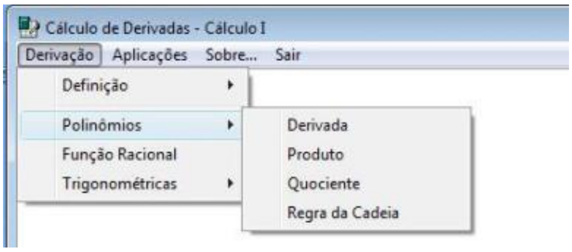


Figura 3 - Tela que apresenta as operações possíveis para manipulações com Polinômios

Na Figura 4, observada abaixo, são demonstradas as opções de cálculo para as Funções Trigonométricas. No seu sub-menu são exibidas as funções de interação no Software Cálculo I, a saber, *Derivada, Adição, Subtração, Produto, Quociente e Regra da Cadeia*. Esse conteúdo é exposto na disciplina de Cálculo I, em grades de Cursos de Engenharias e áreas afins, que aqui, visto de uma maneira mais prática, pode fornecer ao usuário uma percepção mais ampla da manipulação de dados e a possibilidade de correção de seus cálculos.

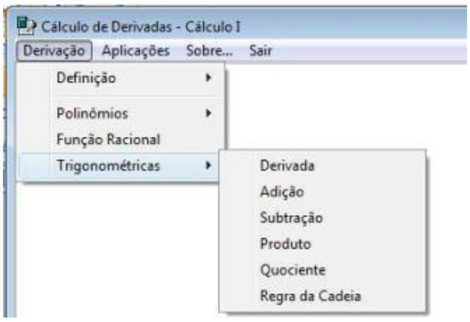


Figura 4 - Tela que apresenta as operações possíveis para manipulações com as Funções Trigonométricas

Na Figura 5, é exposto o menu de aplicações das derivadas para polinômios. Por meio do teste da Derivada 1ª, é possível a obtenção dos *Extremos Relativos* e do *Crescimento e Decrescimento das Funções*.

Figura 5 - Tela que apresenta os testes de aplicações para o teste da Derivada 1ª

Na Figura 6, que se segue pode ser visto o menu para o teste da Derivada 2ª, para o cálculo dos *Extremos Relativos* e da *Concavidade das Funções*.

Figura 6 - Tela que apresenta os testes de aplicações para o teste da Derivada 2ª

Abaixo, na Figura 7, está representado um caso de aplicação com gráficos do software Cálculo I. Esta é a visualização de uma tela com o teste de Derivada 1ª para Extremos

Relativos de uma Função Polinomial. A interação vista do software é feita via teclado, onde alguns passos tendem a ser respeitados. Com isso, pode-se descrever o seguinte: a primeira interação é o usuário escolher o grau do polinômio que ele deseja manipular, na situação exemplificada é apresentado um polinômio de terceiro grau. Ao escolher o grau da função desejada o usuário clica com o mouse sobre o botão **OK.** Em seguida o software irá apresentar um componente em forma de tabela, onde o usuário entrará com os coeficientes do polinômio que deseja estudar. Ao fazer essa interação o usuário irá deparar-se com o polinômio descrito e a próxima interação é realizada dando-se um clique no botão **Derivar.** Logo após, o programa efetuará os cálculos e irá demonstrar as raízes do polinômio e descrever uma representação gráfica para a situação.

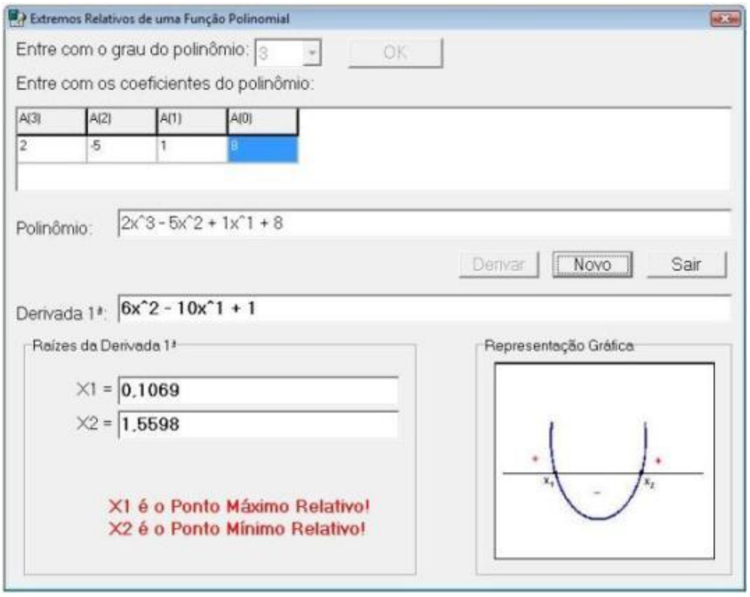


Figura 7 - Exemplo para a aplicações do teste da Derivada 1ª, Extremos Relativos

No exemplo da Figura 7, observa-se que o Software acusou suas raízes e quais delas são os extremos relativos. Uma interpretação mais visual seria a análise gráfica, ao lado, onde vê-se que o gráfico intercepta o eixo x nas raízes encontradas.

A tela possui ainda um botão Novo que, ao ser clicado, possibilita ao usuário fazer uma nova manipulação de dados sem que a tela de *Extremos Relativos de uma Função Polinomial* seja fechada, podendo, desta forma, fazer novo Cálculo.

A Figura 8, apresenta-se o menu do Sistema de Ajuda do Software Cálculo I. Ao clicar em *Definição*, o usuário irá visualizar o sub-menu descrito abaixo, onde estão inscritos dois tópicos: *Derivada* e *Pontos Máximos e Mínimos Relativos*.

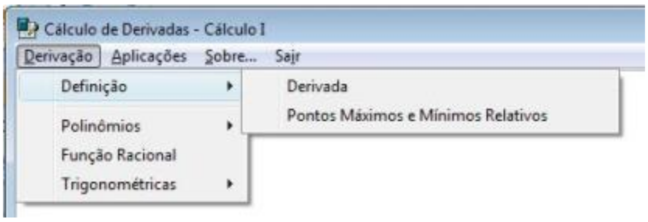


Figura 8 – Menu onde podem ser verificadas as definições, do sistema de ajuda, para Derivada e Pontos Máximos e Mínimos Relativos

Ao interagir com a opção *Derivada*, o usuário irá deparar-se com uma nova janela; nesta, ele irá dirimir eventuais dúvidas do suporte teórico de Cálculo I.

Na Figura 9, verificam-se os tópicos que oferecem ao usuário um suporte teórico sobre os principais conteúdos de Cálculo I.

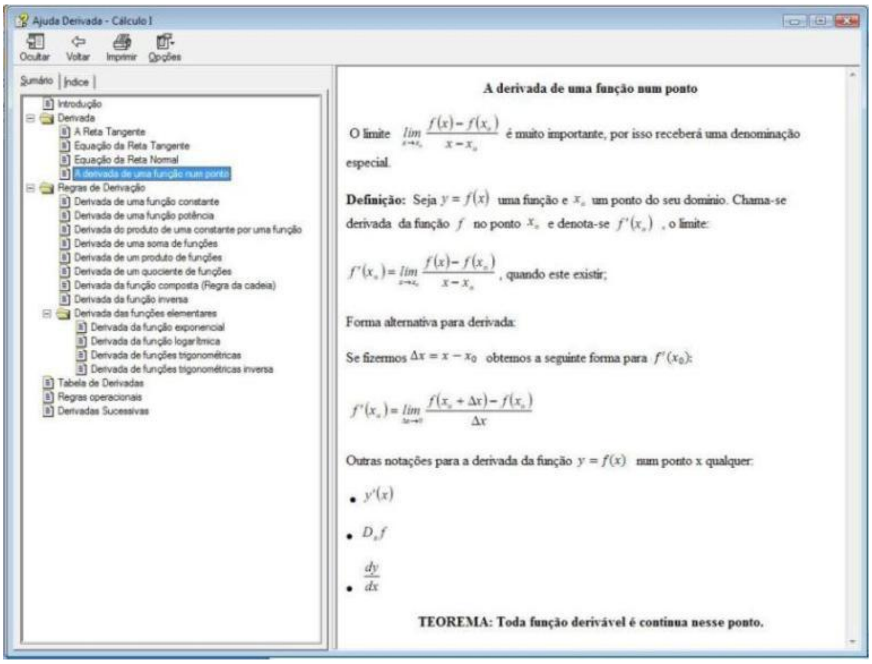


Figura 9 - Tela de Ajuda para Derivadas

Assim como a interação do referencial teórico de *Derivada* e suas operações, o software apresenta um texto teórico de Ajuda, intitulado *Pontos Máximos e Mínimos Relativos.*

Ao clicar em *Definição*, e optando o usuário pela janela *Pontos Máximos e Mínimos Relativos*, o software irá apresentar uma tela de ajuda para o novo referencial teórico, mostrado na Figura 10.

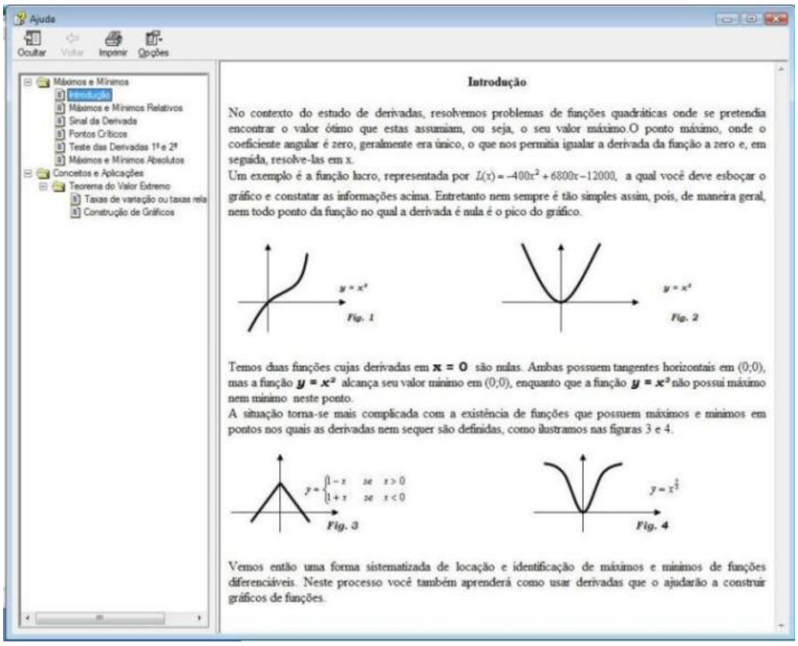


Figura 10 - Tela de Ajuda para Pontos máximos e mínimos relativos

4. Considerações Finais

O software, além de agregar mais conhecimento para os realizadores do projeto, bem como exigir dos mesmos um maior empenho nos estudos necessários para sua graduação em Engenharia, servirá como um reforço da teoria apresentada aos alunos que cursam a disciplina de Cálculo I. Como uma fonte prática, o software terá um referencial que entrosa o usuário com a simulação de dados, importante no momento de estudo do aluno com seu referencial teórico. Saliente-se, por oportuno, que este software servirá como uma ferramenta de trabalho no auxílio dos professores da disciplina objeto de sua aplicação.

5. Referências

BOULOS, P. *Introdução ao Cálculo*. São Paulo: Editora Edgard Blücher, v.1/2/3.

KLAPAN. *Cálculo Avançado*. São Paulo: Editora Edgard Blücher, v.1/2.

LEITHOLD, L. *O Cálculo com Geometria Analítica*. São Paulo: Harbra, 1994 v.1/2.

MUNEM, M. A.; FOULIS, D.J. *Cálculo*. Rio de Janeiro: LTC, 1978 v.1/2.

VAZ JUNIOR, C. A. *Desenvolvimento de Interface Gráfica em Ambiente MATLAB*. 1ª ed. Rio de Janeiro: edição do autor, 2005.