

## **Comparando gráfico CUSUM e Redes Neurais Artificiais no contexto do Controle Estatístico de Qualidade.**

Karla Faccio <karlafaccio@yahoo.com.br>  
Liane Werner <liane@producao.ufrgs.br>

*Resumo: O presente artigo irá comparar a eficiência do gráfico de controle CUSUM (Gráfico de Soma Cumulativa) com Redes Neurais Artificiais, a fim de verificar qual das duas técnicas consegue detectar melhor o comportamento da série em estudo. Para tanto, foram simulados 400 séries, com base no número de pontos fora de controle classificados como diferentes da série referência via gráfico CUSUM e via redes neurais artificiais (método RBF), utilizou-se o teste Kolmogorov-Smirnov para captar a eficiência pretendida. Através do resultado deste estudo observou-se que o método RBF foi o que representou a série referência mais fidedignamente, sendo assim, tem-se nas redes neurais artificiais uma alternativa para monitoramento no controle estatístico da qualidade.*

*Palavras-chave: Gráfico CUSUM, Controle Estatístico da Qualidade, Redes Neurais Artificiais.*

## **Comparing CUSUM Chart and Neural Networks in the framework of Statistical Quality Control.**

*Abstract: This article will compare the efficiency of the control chart CUSUM (Cumulative Sum Chart) with Artificial Neural Networks, in order to check which of the two techniques can better detect the behavior of the series under study. For both, were simulated 400 series, based on the number of points classified as different the reference serie via CUSUM chart and via artificial neural networks (RBF method), we used the Kolmogorov-Smirnov test to capture the desired efficiency. Through the study the result showed that the RBF method what represented the series reference more faithfully, being so, has the artificial neural networks an monitoring alternative to the statistical quality control.*

*Keywords: CUSUM Chart, Statistical Quality Control, Artificial Neural Networks.*

### **1. Introdução**

Atualmente os consumidores estão cada vez mais exigentes em relação à qualidade dos produtos que pretendem adquirir, sem falar na enorme concorrência, onde sobrevivem apenas as melhores organizações. Então a manutenção e melhoria da qualidade são fundamentais para qualquer empresa que almeje sobreviver neste mercado tão exigente e competitivo. Monitorar o comportamento da variabilidade no processo produtivo é tarefa primordial para o bom andamento da linha de produção das empresas e uma das formas de atingir tal meta é a através do Controle Estatístico de Qualidade (CEQ). O CEQ é formado por um conjunto de ferramentas muito importantes para a obtenção, manutenção e melhoria da qualidade de produtos e serviços produzidos por uma organização (WERNER, 1996).

Este monitoramento pode ser feito através de Gráficos de Controle, tanto os desenvolvidos por Shewhart quanto o gráfico CUSUM. Estes gráficos distinguem as variações comuns (controladas) das variações especiais (não controladas), além de monitorarem a variabilidade do processo ao longo do tempo. A diferença entre os gráficos propostos por Shewhart e o gráfico CUSUM consiste no fato que o último serve para detectar pequenas variações na média que os gráficos de Shewhart não conseguem detectar.

Outra ferramenta que vem crescendo e expandindo suas aplicações na área do Controle Estatístico de Qualidade, principalmente pelo reconhecimento de padrões, são as chamadas Redes Neurais Artificiais (RNA), que podem desempenhar o papel das Cartas de Controle (LEGER et al., 1998). Um dos grandes atrativos das RNAs são as possibilidades de aprender através de exemplos e de generalizar a informação aprendida, pois são técnicas computacionais que possuem um modelo matemático inspirado na estrutura neural de seres inteligentes e que adquirem conhecimento através da experiência (SELAU, 2000).

Como os dados analisados na área de controle de qualidade nas empresas, que são observados ao longo do tempo, podem ser considerados uma série temporal, é viável a sua utilização para este fim. Conforme Kovács (2002, p. 138) “A aplicação de redes neurais em funções voltadas ao operador, particularmente a detecção e diagnóstico de falhas e processamento de alarmes tem sido explorado com algum êxito por vários pesquisadores. Diagnóstico de falhas na operação de sistemas pode ser reduzido a um problema de detecção de padrões, no caso padrões anômalos, e já se sabe que redes neurais são excelentes detectores de padrões”.

De acordo com Smith (1994), que para o reconhecimento de padrões utilizou Redes Neurais Artificiais por retropropagação do erro, detectando amostras que apresentam mudanças na variabilidade e na média da característica de qualidade de interesse. Os resultados foram comparados aos gráficos de controle tradicionais  $\bar{X}$  e  $R$ , e verificou-se que para o caso de grandes desvios as RNAs foram idênticas aos gráficos, mas para pequenos desvios as RNAs foram superiores. Além disso, seria importante comparar o gráfico CUSUM com redes neurais artificiais, já que o estudo de Smith (1994) mostrou que as RNAs foram mais eficientes para detectar pequenas mudanças na média do processo, propriedade esta presente nos gráficos CUSUM. Esta lacuna já foi investigada por Leger et al. (1998), que utilizaram o gráfico de controle CUSUM e Redes Neurais Artificiais para detecção e diagnóstico de defeitos no modelo do sistema de transporte de energia em um reator nuclear. Os resultados mostraram que um dos tipos de RNA estudado foi o que menos detectou alarmes falsos, e quando combinado com o gráfico CUSUM foi capaz de eliminar todos os alarmes falsos, mas o diagnóstico para os defeitos foi inconclusivo. Quando se utilizou apenas o gráfico CUSUM, este detectou o maior número de alarmes falsos, não sendo assim a técnica mais indicada neste caso.

Face às novas perspectivas com as RNAs em monitorar dados observados ao longo do tempo, neste trabalho será feita a análise de um conjunto de dados simulado, utilizando o Gráfico de Controle CUSUM e Redes Neurais Artificiais (RNA) a fim de comparar os dois métodos em relação à detecção do comportamento destes dados. Assim, o objetivo deste trabalho é comparar a eficiência do gráfico de controle CUSUM (Gráfico de Soma Cumulativa) com Redes Neurais Artificiais, a fim de verificar qual das duas técnicas consegue detectar melhor o comportamento da série em estudo. Como objetivo secundário, realizar simulação de dados contínuos para concretizar esta comparação.

## 2. Gráfico de Controle de Shewhart para medidas individuais

Existem os chamados gráficos de controle de Shewhart para medidas individuais, que possuem amostras de tamanho unitário e são utilizados principalmente nas indústrias químicas, nos processos com taxa de produção baixa, em testes destrutivos e na inspeção automatizada (toda unidade produzida é avaliada). Em muitas aplicações dos gráficos para unidades individuais usa-se a amplitude móvel de duas observações consecutivas como base para estimar a variabilidade do processo (MONTGOMERY, 2000). A amplitude móvel é definida segundo a equação (1).

$$MR_i = |x_i - x_{i-1}| \quad (1)$$

Para o gráfico de controle das medidas individuais, os parâmetros são definidos através das fórmulas (2), (3) e (4).

$$LSC = \bar{x} + 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (2)$$

$$\text{Linha Central} = \bar{x} \quad (3)$$

$$LSC = \bar{x} - 3 \frac{\overline{MR}}{d_2} \quad (4)$$

## 3. Gráfico CUSUM

Gráficos CUSUM, que foram introduzidos por Page em 1954, incorporam diretamente todas as informações na seqüência dos valores amostrais, ou seja, acumulam informações das amostras de um processo ponderando-as igualmente, plotando a soma acumulada dos desvios da amostra proveniente de um valor objetivo (desejado). O que permite que sejam mais eficientes que os gráficos de Shewhart na detecção de pequenas variações na média de um processo.

O procedimento inicia com o cálculo dos desvios do valor nominal, isto é, a diferença entre o valor observado (ou média amostral) e o valor nominal  $\mu_0$ . Tendo este desvio, a soma acumulada é iniciada. A soma  $C_i$  para o  $i$ -ésimo período é a soma de todos os desvios do valor nominal desde o período 1 até o período  $i$ , dada pela equação (5).

$$C_i = \sum_{j=1}^i (X_j - \mu_0) = (X_i - \mu_0) + C_{i-1}, i \geq 1 \quad (5)$$

onde:  $X_j$  é a  $j$ -ésima observação de um gráfico CUSUM para observações individuais

Agora se quiser a soma acumulada para um gráfico CUSUM que utiliza as médias de um subgrupo, usa-se a equação (6).

$$C_i = \sum_{j=1}^i (\bar{x}_j - \mu_0) \quad (6)$$

onde assume-se que as amostras coletadas têm tamanho  $n \geq 1$  e  $\bar{x}_j$  é a média da  $j$ -ésima amostra.

Há duas maneiras de representar os gráficos de soma cumulativa: a forma Tabular e a forma Máscara V.

O gráfico CUSUM tabular é um algoritmo que utiliza soma cumulativa para calcular as somas acumuladas unilaterais que através do gráfico são comparadas com o intervalo de decisão  $H = \pm h$ . Mas se um valor da soma for maior do que este intervalo o processo é dito fora de controle. Este procedimento serve para monitor a média de valores individuais ou a média de subgrupos (ALVES, 2003).

Seja  $x_i$  cada observação do processo controlado que se supõe sob controle. Supondo ainda que os dados coletados seguem distribuição normal com média  $\mu_0$  e desvio padrão  $\sigma$ . Este gráfico é um plano de controle com intervalos bilaterais simétricos que utiliza duas estatísticas unilaterais  $C_i^+$  para detectar mudanças positivas e  $C_i^-$  para detectar mudanças negativas. São calculados através das equações (7) e (8),

$$C_i^+ = \max[0, x_i - (\mu_0 + K) + C_{i-1}^+] \quad (7)$$

$$C_i^- = \max[0, (\mu_0 - K) - x_i + C_{i-1}^-] \quad (8)$$

Onde  $C_1^+ = C_1^- = 0$ , e  $K$  (fator de sensibilidade) deve ser escolhido de forma que o valor da soma  $\mu_0 + K\sigma$  ou  $\mu_0 - K\sigma$  esteja entre a média do processo e a média deslocada que se queira avaliar (SAMOHYL et al., 2006).

Através do algoritmo de soma acumulada são obtidos valores dos desvios de  $C_i^+$  e  $C_i^-$ , que são colocados em uma tabela e acumulados sucessivamente. A soma acumulada destes desvios é comparada com um intervalo de decisão  $H$ . Se  $C_i^+ > H$  ou  $C_i^- < H$ , então o processo é considerado fora de controle.

O valor de referência  $K$  é escolhido considerando o valor  $\mu_1$  para qual o processo pode ter mudado e que se está interessado em detectar rapidamente. Geralmente esta mudança é expressa em termos de desvio padrão, e assim,  $K$  é a metade do valor que se tem interesse em detectar rapidamente, ou

$$K = \frac{\Delta}{2} \sigma \quad (9)$$

onde:  $\Delta$  é a magnitude da variação, ou seja,  $\Delta = |\mu_1 - \mu_0|$  e  $\sigma$  é o desvio padrão do processo.

Pode-se afirmar que  $K$  está diretamente relacionado com a magnitude da mudança que se deseja detectar através do gráfico CUSUM. Quanto menor  $K$ , menor será a faixa de variação que o gráfico será capaz de detectar e maior será a sensibilidade do gráfico (ALVES, 2003).

O gráfico CUSUM Tabular é projetado pela escolha de valores razoáveis para  $H$  (intervalo de decisão) e  $K$  (valor de referência), recomenda-se que estes parâmetros sejam selecionados para produzir um bom ARL (Comprimento Médio da Seqüência).

O melhor modelo, segundo Montgomery (2000), para selecionar o valor de referência  $K$  e o intervalo de decisão  $H$ , é dado pelas equações de (10) a (12):

$$K = k \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{10}$$

$$\text{Limite Superior: } H = h \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{11}$$

$$\text{Limite Inferior: } H = -h \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \tag{12}$$

onde:  $n$  é o tamanho da amostra,  $\sigma$  é o desvio padrão da variável amostral usada,  $k$  é o valor de referência padronizado (frequentemente usa-se  $k=0,5$ ) e  $h$  é o intervalo de decisão padronizado (geralmente  $h=4$  ou  $h=5$ ). Estes valores para  $k$  e  $h$  frequentemente usados produzem um gráfico CUSUM com boas propriedades do ARL com uma mudança de cerca  $1\sigma$  na média do processo conforme a Tabela 1. E para o caso de observações individuais ( $n=1$ ) deve-se substituir o termo  $\sigma/\sqrt{n}$  por  $\sigma$ , nas equações (10), (11) e (12).

Verifica-se através da tabela 1, que  $h=4$  resulta em um  $ARL_0= 168$  amostras sob controle, enquanto que  $h=5$  resulta em um  $ARL_0= 465$  amostras. Se escolhermos  $h=4,77$ , isso resultará em um CUSUM com  $ARL_0= 370$  amostras, o que coincide com o valor de  $ARL_0$  para um gráfico de controle de Shewhart com os limites  $3\sigma$  habituais. Uma vez  $k$  selecionado, escolhe-se  $h$  para dar o desempenho desejado de  $ARL_0$  dentro do controle.

TABELA 1 - Desempenho do CUSUM Tabular com  $k=1/2$  e  $h=4$  ou  $h=5$

Mudança na média (múltiplo de $\sigma$ )	$h=4$	$h=5$
0	168	465
0,25	74,2	139
0,50	26,6	38
0,75	13,3	17
1,00	8,38	10,4
1,50	4,75	5,75
2,00	3,34	4,01
2,50	2,62	3,11
3,00	2,19	2,57
4,00	1,71	2,01

Fonte: Montgomery, 2000

#### 4. Rede Neural Artificial (RNA)

Redes Neurais Artificiais (RNAs) são sistemas paralelos compostos por unidades de processamentos (neurônios) que processam determinadas funções matemáticas. Tais unidades são dispostas em uma ou mais camadas e interligadas por um grande número de conexões, e na maioria dos modelos estas conexões estão associadas a pesos, cujas ponderações se referem ao aprendizado do conhecimento representado nas entradas de cada neurônio. Uma camada é uma estrutura contendo uma quantidade de neurônios e os dados de entrada através de funções matemáticas e fornece o resultado (saída da rede). As entradas e saídas podem ser denominadas, respectivamente, de camada de entrada e camada de saída, enquanto que as camadas internas são ditas camadas intermediárias ou camadas ocultas (FERRAUDO, 2006).

O uso de redes neurais proporciona algumas propriedades úteis: (i) Não-linearidade: é uma propriedade muito importante, particularmente se o mecanismo físico responsável pela geração do sinal de entrada for não-linear; (ii) Generalização: as redes podem aprender

através de exemplos e apresentar respostas coerentes para entradas não vistas no treinamento; (iii) Adaptabilidade: as redes se adaptam a novos ambientes através de alterações nos pesos sinápticos. Também podem ser projetadas para alterarem seus pesos em tempo real ou para operarem em ambientes que variem com o tempo; (iv) Informação Contextual: processam as informações contextuais de forma natural, uma vez que o processamento de um neurônio é afetado pelo processamento de outros neurônios da rede; e (v) Uniformidade: A notação pode ser utilizada em diferentes domínios de aplicações, pois todas as arquiteturas de rede são formadas por neurônios.

#### **4.1 Arquitetura de uma Rede Neural**

O número de camadas e o número de neurônios ótimo são encontrados empiricamente, pois ainda não existe uma metodologia capaz de fornecer uma quantidade de camadas e neurônios ótima, assim muitas arquiteturas devem ser treinadas num mesmo conjunto de dados até que seja encontrada a que contenha um número de camadas e neurônios que permita uma boa generalização. Mas se estes números forem além do suficiente pode levar a rede a memorizar os dados de treinamento (*overfitting*), e se ocorrer o contrário, pode forçar a rede a gastar tempo a mais na tentativa de otimizar uma representação.

Portanto, a propriedade primordial para uma rede neural é a sua habilidade de aprender a partir de seu ambiente e de melhorar o seu desempenho através da aprendizagem (HAYKIN, 2001). Existem vários tipos de treinamento de redes, que podem ser separados em dois grandes grupos: Aprendizado Supervisionado e Aprendizado Não Supervisionado. E nada impede que alguma camada possa trabalhar com o método supervisionado enquanto que outra camada da mesma rede trabalhe com o método não supervisionado (FERRAUDO, 2006).

- Aprendizado Supervisionado: Neste tipo de aprendizado a saída é comparada com a desejada, e ajustes pertinentes são realizados nos pesos sinápticos de modo a reduzir esta distância. O algoritmo de aprendizado supervisionado mais utilizado é a regra delta (correção de erros) e a sua generalização para rede de múltiplas camadas, o poderoso algoritmo de *backpropagation* (retropropagação do erro).
- Aprendizado Não Supervisionado (Auto-Organização): neste tipo de aprendizado não existe uma saída desejada para comparação. Pelos padrões contidos nas entradas, as unidades experimentais são classificadas automaticamente em grupos. Esse tipo de rede utiliza os neurônios como classificadores e as entradas são os elementos para a classificação. Envolve competição e colaboração entre os neurônios da rede. Uma das vantagens está na ausência da supervisão (saída desejada), mas a desvantagem está no conjunto de dados para treinamento, que deve ser redundante para que a rede consiga abstrair características em seu treinamento.
- Aprendizado Híbrido: neste aprendizado há uma fase não-supervisionada seguida de uma fase supervisionada.

#### **4.2 Rede RBF – Funções Base Radial**

De acordo com o ponto de vista de que o projeto de uma rede neural pode ser um problema de ajuste de curva, aprender é equivalente a encontrar uma superfície, em um espaço multidimensional que forneça o melhor ajuste para os dados de treinamento, com o critério de “melhor ajuste” sendo medido em um sentido estatístico. Generalização é equivalente ao uso desta superfície multidimensional para interpolar os dados de teste. Então, tal ponto de vista é a motivação por trás do método das funções de base radial, onde as unidades ocultas fornecem um conjunto de “funções” que constituem uma “base” arbitrária para os vetores de entrada, quando eles são expandidos sobre o espaço oculto: estas funções são chamadas de funções de base radial (HAYKIN, 2001).

As redes neurais RBF possuem apenas uma camada intermediária definida por funções base radial (uma por neurônio) com atribuição, principalmente, dos centros Gaussianos por decomposição do espaço de dados em subespaços cujas predições neste caso possuem menor erro que as redes MLP. Na Figura 1 pode-se observar uma rede RBF em sua forma mais básica, ou seja, envolve três camadas. A camada de entrada é constituída por nós de fonte que conectam a rede ao seu ambiente. A segunda camada, a única camada oculta da rede, aplica uma transformação não-linear do espaço de entrada para o espaço oculto; na maioria das aplicações o espaço oculto é de alta dimensionalidade, pois quanto mais alta for a dimensão do espaço oculto mais precisa será a aproximação. E a camada de saída é linear, fornecendo a resposta da rede ao padrão de ativação aplicado à camada de entrada (HAYKIN, 2001).

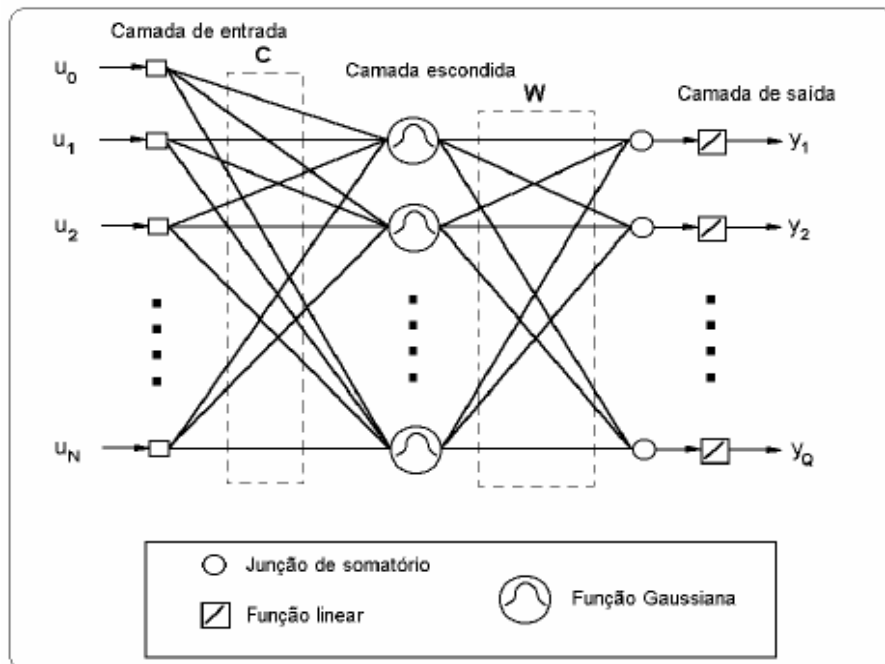


FIGURA 1 - Rede Neural RBF – Função Base Radial. Fonte: Todesco et al. (2004).

Como o principal objetivo da rede é aproximar uma função do mapeamento entre entrada e saída, o uso da RBF consiste na determinação de uma função que tenha a forma da equação (13).

A camada de saída é usada como combinação linear da saída dos nós ocultos, e é encontrada de acordo com a equação (13),

$$y_1 = \sum_{m=0}^M w_{i1} G_i + b_1, \quad m=0,1,\dots,M \quad (13)$$

onde:  $M$  é o número de nós ou centros da camada oculta,  $w_{i1}$  é o peso entre o centro 1 e o neurônio de saída  $i$ ,  $G_i$  é a saída do neurônio padrão  $i$  e  $b_1$  representa o *bias* da saída  $i$ .

As redes RBF convergem rapidamente para um erro mínimo o que diminui em muito o tempo de processamento quando comparado às redes MLP, apesar das MLP serem capazes de generalizar em regiões de espaço de entradas onde há poucos dados de treinamento (LEGER et al, 1998). E outra grande diferença entre a rede RBF e a rede MLP, é que aquela consegue buscar um mínimo local e já esta consegue apenas um mínimo global mostrando assim que a rede RBF é mais confiável (HAYKIN, 2001). Maiores detalhes sobre redes neurais artificiais podem ser encontrados em Haykin (2001).

## 5. Método do estudo

Primeiramente é gerado um conjunto de dados que servirá de referência, que neste caso escolheu-se arbitrariamente o modelo AR (2). Após avalia-se o número de pontos fora de controle destes dados através do gráfico CUSUM, com parâmetros que permitem uma equivalência ao gráfico de Shewhart em termos de ARL, neste caso ( $h = 4,77$  e  $k = 0,5$ ). Por fim, são simuladas 400 séries de tamanho 50 períodos, com o mesmo comportamento do conjunto de referência.

Num segundo momento, será aplicado o gráfico CUSUM para cada uma das 400 séries simuladas e será criada a estatística  $d_i$ . Esta estatística consiste no número de pontos classificados como diferentes da série referência para o gráfico CUSUM.

Também será modelada, para cada uma das 400 séries, uma rede neural artificial. Neste caso a rede neural a ser usada é uma RBF, pois em seu estudo Leger et al. (1998) mostraram que a rede neural RBF detectou um menor número de alarmes falsos do que a rede neural MLP, indicando que a primeira é mais sensível para verificar o controle de um processo. Mas no presente estudo não será avaliado os alarmes falsos como no estudo de Leger et al. (1998), será verificado a capacidade de cada um dos dois métodos (CUSUM e RNA) em conseguir detectar o comportamento da série referência.

Após a modelagem da RNA será aplicado o gráfico de Shewhart para medidas individuais obtendo-se a estatística  $d_i$ . Esta estatística é o número de pontos classificados como diferentes da série referência da RNA quando aplicado o gráfico de Shewhart para medidas individuais.

Por fim, será aplicado o teste *Kolmogorov-Smirnov* para comparar as médias das estatísticas  $d_i$  encontradas via método CUSUM e via redes neurais artificiais. Tal análise, que também será realizada no *software* R v. 2.6.0 como as simulações, visa verificar qual dos dois métodos foi mais eficiente em detectar o comportamento da série base.

## 6. Aplicação do método

Nesta seção serão apresentadas a descrição detalhada das quatro etapas do método, bem como as análises e resultados encontrados.

### 6.1 Etapa 1 – Geração dos dados

Os dados gerados possuem a forma de um modelo Auto-Regressivo(2), ou seja, AR(2):  $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t$  com os parâmetros 0,7 e -0,2 e tamanho da série igual a 50. Para poder comparar os métodos, os dados gerados passam a representar medidas “reais” de determinada característica de qualidade a ser estudada (parâmetro). Além disto, as 400 séries geradas, de tamanho 50, também serão um modelo AR(2) com os mesmos parâmetros da série de referência e estes serão as séries a serem utilizadas nas análises.

Após aplicou-se o gráfico de controle CUSUM Tabular (com parâmetros  $h = 4,77$  e  $k = 1/2$ ) na série referência criou-se um vetor 0 e 1, onde 0 representa se o ponto está sob controle e 1 se o ponto está fora de controle e depois contou-se o número de pontos fora de controle, para este caso encontrou-se 15 pontos fora de controle. O critério de escolha dos valores dos parâmetros do gráfico CUSUM ( $h = 4,77$  e  $k = 1/2$ ) teve como base a Tabela 1, que indica os valores para  $k$  e os correspondentes os de  $h$  para um  $ARL_0=370$ . Estes valores de  $k$  e  $h$  foram calculados com a mesma confiabilidade do que a dos gráficos de Shewhart, assim o gráfico CUSUM possui propriedades semelhantes aos gráficos de Shewhart, permitindo assim



a comparação de ambos. A Figura 2 mostra o gráfico CUSUM Tabular da série base, na qual há 15 pontos fora de controle detectados.

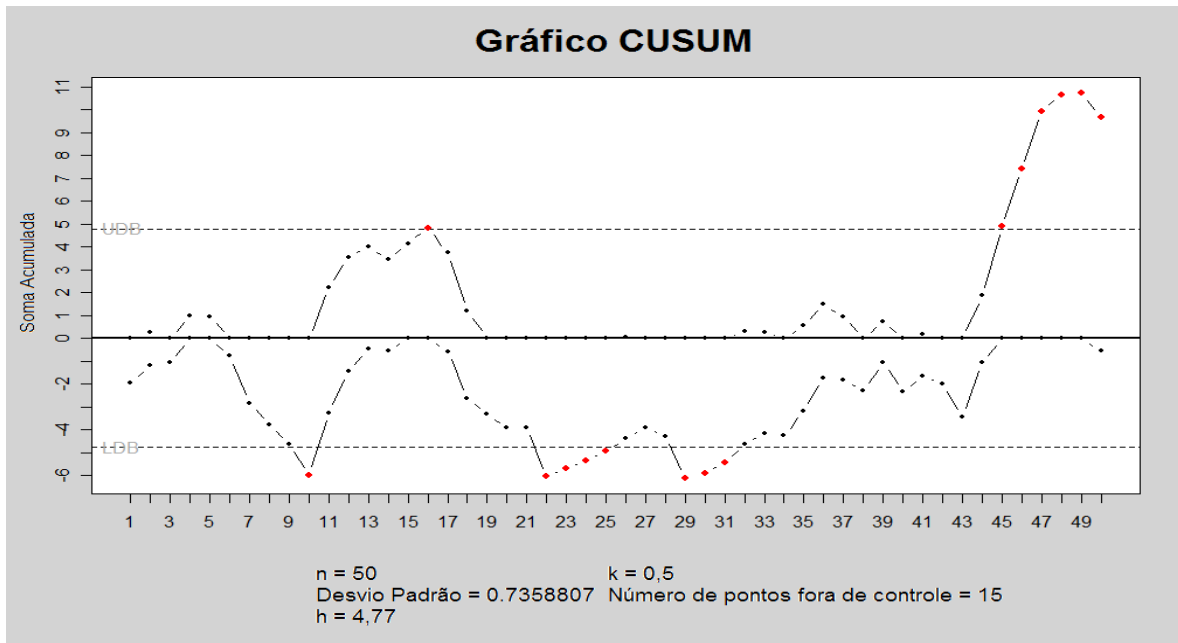


FIGURA 2 - Gráfico CUSUM da série referência.

## 6.2 ETAPA 2 - Gráfico CUSUM

Nesta etapa, aplicou-se o gráfico CUSUM Tabular (com  $h = 4,77$  e  $k = 1/2$ ) em cada uma das 400 séries simuladas e contou-se o número de pontos fora de controle criando um vetor 0 e 1 como na etapa 1. Após comparou-se o número de pontos classificados como diferentes da série referência, criando desta forma uma nova variável, onde 0 são os pontos de concordância com a série referência, isto é, os pontos (1,1) e (0,0) e 1 para os de discordância com a série referência, isto é, (1,0) e (0,1). Após calculou-se em cada uma destas séries uma estatística  $d_1$ , ou seja, contou-se o número de pontos discordantes. Obtendo-se  $\bar{X}_{d_1} = 24,3$  e  $s_{d_1} = 5,17$ , percebe-se assim que utilizando o gráfico CUSUM a média da estatística  $d_1$  foi de 24,3, isto é, em média este método apresentou 24,3 pontos que discordaram da série referência e com desvio padrão de 5,17 pontos.

Posteriormente aplicou-se o teste de normalidade *Shapiro Wilk*, que resultou em um valor  $SW = 0,991$  com  $p$ -valor = 0,01562 de onde se percebe, devido ao nível de significância da estatística, que as estatísticas  $d_1$ 's não possuem distribuição normal. Isto indica que não será possível testar as médias das estatísticas  $d_1$  e  $d_2$  utilizando o teste *t-student*, sendo adequado aplicar o teste não-paramétrico *Kolmogorov-Smirnov*.

## 6.3 ETAPA 3 - Rede RBF

Sabe-se que os parâmetros livres da rede RBF são os números de centros, localização dos centros ( $c_i$ ) e a amplitude dos centros ( $\sigma_i$ ). Na fase de treinamento, o número máximo de neurônios, amplitude dos centros e erros são especificados pelo usuário. A função de treinamento inicia com um neurônio e calcula-se a soma de quadrados do erro, e assim mais neurônios vão sendo adicionados até que se chegue ao erro especificado ou o número máximo de centros tenha sido utilizado. E a localização dos centros também se baseia na soma de quadrados do erro mínima (LEGER et al., 1998).

Ciente disto, treinou-se então 400 redes RBF usando como dados de entrada os dados de cada uma das 400 séries e como dados de saída o vetor 0 e 1 da série referência, onde 0 representa se o ponto está sob controle e 1 se o ponto está fora de controle. O tipo de treinamento foi supervisionado e para se chegar ao número de neurônios ideal da camada oculta de cada série variou-se o número de neurônios (2 a 10 neurônios) e o número de iterações de treino (10 a 210, com pulos de 25 em 25), até a rede que obtivesse o menor erro médio absoluto. Assim, não existe apenas uma rede, mas sim várias redes diferentes, o que se observa na Tabela 2, mostrando a frequência de séries com determinada quantidade de neurônios na camada central e que possuem o menor erro médio absoluto.

TABELA 2 - Número de Neurônios da camada oculta e a frequência de séries simuladas

Número neurônios da camada oculta	Frequência (número de séries)
2	103
3	53
4	45
5	32
6	27
7	29
8	35
9	32
10	44

Após, pegou-se os valores das redes que obtiveram o melhor ajuste para cada uma dessas 400 redes e aplicou-se o gráfico de controle de Shewhart para medidas individuais e contou-se o número de pontos fora de controle criando um vetor 0 e 1 como nas etapas 1 e 2. Depois, computou-se em cada uma das séries a estatística  $d_2$ , isto é, contou-se o número de pontos classificados como diferentes da série referência para a RNAs. Calculou-se  $\bar{X}_{d_2} = 15,1$  e  $s_{d_2} = 1,52$ , utilizando a rede RBF. A média da estatística  $d_2$  foi de 15,1, isto é, em média este método discordou em 15,1 pontos da série referência e com desvio padrão de 1,52 unidades.

Posteriormente aplicou-se o teste de normalidade *Shapiro Wilk* que resultou em um valor  $SW = 0,7427$ ,  $p\text{-valor} < 2,2e^{-16}$  de onde nota-se que, devido ao nível de significância da estatística, que as estatísticas  $d_2$ 's não possuem distribuição normal. Indicando que é mais adequado testar as médias das estatísticas  $d_1$  e  $d_2$  utilizando um teste não-paramétrico, tal como o teste de *Kolmogorov-Smirnov*.

#### 6.4 ETAPA 4 - Comparação do Gráfico CUSUM e da rede RBF

A última etapa consiste em aplicar o teste de *Kolmogorov-Smirnov* para verificar se há diferença significativa entre as médias das estatísticas  $d_1$  e  $d_2$ , verificando qual dos dois métodos foi mais eficiente em detectar o comportamento da série referência.

Na Tabela 3, com um 1% de significância, rejeita-se a hipótese de igualdade de médias, assim pode-se dizer que há diferença significativa entre as médias das estatísticas  $d_1$  e  $d_2$ . Como a média do número de pontos discordantes em relação à série base é menor no método RBF, tal fato indica que o uso de redes neurais artificiais foi mais eficiente, conseguindo representar as séries simuladas mais similarmente à série de referência. Uma vez que se afastou “pouco” da realidade, “concordando” mais com as classificações (fora ou sob controle) dos pontos da série base, este método conseguiu detectar melhor o comportamento

da série referência. Já o método CUSUM se “afastou” mais da realidade, isto é, o número de pontos classificados como diferentes dos da série referência foi superior, se comparado com a RNA. Portanto, neste estudo, a utilização de RNAs foi mais eficaz em mostrar a realidade do que a carta de controle CUSUM.

TABELA 3 - Resultados do Teste Kolmogorov - Smirnov

Teste de <i>Kolmogorov-Smirnov</i>
$H_0 : \mu_{d_1} = \mu_{d_2}$
$H_1 : \mu_{d_1} \neq \mu_{d_2}$
$D = 0,835, p\text{-valor} < 2,2e^{-16}$

Assim, através deste trabalho, pode-se perceber que utilizando ferramentas da inteligência artificial (RNA - RBF) é uma maneira alternativa e eficaz para se controlar a qualidade nas empresas em geral.

## 7. Considerações finais

Monitorar o processo produtivo de maneira eficaz é cada vez mais almejado pelas indústrias, uma vez que o mercado exige constantemente produtos e serviços com a mais alta qualidade. Este monitoramento geralmente é realizado pelo CEP (Controle Estatístico de Processo), podendo ser através dos gráficos de controle, tanto os de Shewhart quanto outros tipos mais refinados, tais como: CUSUM, EWMA ou mesmo multivariados. Mas este monitoramento também pode ser realizado pelas redes neurais artificiais, que são reconhecidamente excelentes no quesito reconhecimento de padrões.

Este trabalho foi desenvolvido com o intuito de comparar dois métodos para controlar certa característica de qualidade nas empresas, o gráfico de controle CUSUM e rede neural artificial RBF. Estes dois métodos, aparentemente tão distintos, possuem inúmeros benefícios e particularidades, mas avaliou-se a capacidade de cada método em representar mais fidedignamente a série referência. Isto é, encontrar o que apresenta a menor média do número de pontos classificados como diferentes entre a série referência e as séries simuladas e modeladas por cada método.

Através do resultado deste estudo simulado observou-se que o método RBF foi o que obteve a menor média do número de pontos classificados como diferentes em relação à série base e que diferiu significativamente, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov a 1% de significância, do método CUSUM. Assim, a rede RBF foi a que representou a série referência mais fidedignamente, sendo assim, ao nível de significância estabelecido, a técnica mais eficiente para representar o comportamento destes dados simulados, se comparado ao CUSUM.

Com este estudo ficou comprovado que as redes neurais artificiais e o gráfico CUSUM tem comportamentos distintos, porém a RNAs (RBF) são uma maneira alternativa, com indicativo de serem mais eficazes para monitorar a variabilidade nos processos produtivos. Além disto, possuem inúmeros benefícios, como a capacidade de aprenderem através de exemplos e de generalizarem as informações. Mostrando aos leitores como a inteligência artificial pode ser aplicada com sucesso inclusive no controle estatístico da qualidade, incentivando assim a estes virem a desenvolver trabalhos futuros utilizando-as inclusive em outras áreas.

---

## Referências

ALVES, C. C. *Gráficos de controle CUSUM: um enfoque dinâmico para a análise estatística de processos*. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC, Florianópolis, 2003.

FERRAUDO, A. S. *Introdução às Redes Neurais Artificiais*, 2006.

HAYKIN, Simon. *Redes Neurais: Princípios e Práticas*. 2ª edição. Editora Bookman, 2001.

KOVÁCS, Z. L. *Redes Neurais Artificiais: Fundamentos e Aplicações*. 3ª edição. Editora Livraria da Física, 2002.

LEGER, R. P.; GARLAND, Wm. J.; POEHLMAN, W. F. S. Fault detection and diagnosis using statistical control charts and artificial neural networks. *Artificial Intelligence in Engineering*, vol. 12, pp 35-47, 1998.

MONTGOMERY, D. C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 4th Edition, New York: John Wiley, 2000.

SAMOHYL, R. W., ALVES, C. C. *O monitoramento de processos industriais via gráficos de Controle CuSum*, 2006. Disponível na web em <http://www.qualimetria.ufsc.br/artigos.htm>. Acesso: 06 de setembro de 2007.

SELAU, L. P. R. *Redes Neurais no contexto Estatístico*. Monografia (Graduação em Estatística). Instituto de Matemática, Departamento de Estatística, UFRGS, Porto Alegre, 2000.

SMITH, A. E. X-bar and R Control Chart Interpretation using Neural Network computing. *International Journal of production Research*, vol. 32, n. 2, p. 309-320, 1994.

TODESCO, J. L., PIMENTEL, F. J. S., BETTIOL, A. L. *O uso de famílias de circuitos e rede neural artificial para previsão de demanda de energia elétrica*. ENEGEP-ABEPRO, 2004.

WERNER, L. *Controle Estatístico de Qualidade*, Série B n. 32, Instituto de Matemática, Departamento de Estatística da UFRGS. Porto Alegre, 1996.